

# Комбинаторные алгоритмы

# Combinatorial Algorithms

ENLARGED SECOND EDITION

T. C. HU

Department of Computer Science  
University of California, San Diego

M. T. SHING

Department of Computer Science  
Naval Postgraduate School  
Monterey, California

DOVER PUBLICATIONS, INC.  
Mineola, New York

Т. Ч. Ху, М. Т. Шинг

# КОМБИНАТОРНЫЕ АЛГОРИТМЫ

Перевод с английского

В. Е. Алексеев, Н. Ю. Золотых,  
С. В. Сорочан, В. А. Таланов,  
В. Н. Шевченко, А. А. Яценко

Нижний Новгород  
Издательство Нижегородского гос. университета  
им. Н. И. Лобачевского  
2004

УДК 681.142.2 + 519.682.1

**Ху Т. Ч., Шинг М. Т.** Комбинаторные алгоритмы / Пер. с англ. — Нижний Новгород: Изд-во Нижегород. ун-та им. Н. И. Лобачевского, 2004. — 330 с.

ISBN 5-85746-761-6

Книга представляет собой перевод второго расширенного и дополненного издания распространенного на Западе учебника американских математиков Т. Ч. Ху и М. Т. Шинга. Первое издание монографии (1982) на русский язык не переводилось. Книга посвящена алгоритмам дискретной математики (кратчайшие пути и потоки в сетях, динамическое программирование, поиск с возвратом, бинарные деревья, эвристические алгоритмы, матричное умножение, NP-полные задачи, локальные алгоритмы, деревья Гомори–Ху) и может использоваться как учебник по курсу «Анализ и разработка алгоритмов» и как справочник. Весь материал изложен в хороших традициях учебной литературы. Многие результаты на русском языке излагаются впервые.

Для студентов, аспирантов и научных работников, специализирующихся по дискретной математике и информатике.

Издание осуществлено при финансовой поддержке  
Российского фонда фундаментальных исследований  
по проекту № 03-01-14084



ISBN 0-486-41962-2 (англ.)

ISBN 5-85746-761-6 (рус.)

- © Т. С. Ху, 1982
- © Т. С. Ху, Man-Tak Shing, 2002,  
главы 9, 10, приложение
- © В. Е. Алексеев, Н. Ю. Золотых,  
С. В. Сорочан, В. А. Таланов,  
В. Н. Шевченко, А. А. Яценко, 2004,  
перевод

# Оглавление

<b>Предисловие к русскому изданию</b>	<b>8</b>
<b>Предисловие к первому изданию</b>	<b>11</b>
<b>Предисловие ко второму изданию</b>	<b>13</b>
<b>Глава 1. Кратчайшие пути в графах</b>	<b>15</b>
1.1. Терминология теории графов . . . . .	15
1.2. Кратчайший путь . . . . .	17
1.3. Кратчайшие пути между всеми парами узлов . . . . .	23
1.4. Алгоритм декомпозиции . . . . .	28
1.5. Ациклические сети . . . . .	34
1.6. Кратчайшие пути в общей сети . . . . .	35
1.7. Минимальное остовное дерево . . . . .	38
1.8. Поиск в ширину и поиск в глубину . . . . .	41
Упражнения . . . . .	42
Литература . . . . .	44
Ответы . . . . .	47
<b>Глава 2. Максимальные потоки</b>	<b>48</b>
2.1. Максимальные потоки . . . . .	48
2.2. Алгоритмы нахождения максимального потока . . . . .	54
2.2.1. Алгоритм Форда–Фалкерсона . . . . .	55
2.2.2. Алгоритм Карзанова . . . . .	61
2.2.3. МРМ-алгоритм . . . . .	65
2.2.4. Анализ алгоритмов . . . . .	66
2.3. Многотерминальные минимальные потоки . . . . .	69
2.3.1. Реализуемость (Гомори и Ху [12]) . . . . .	70
2.3.2. Анализ (Гомори и Ху [12]) . . . . .	72
2.3.3. Синтез (Гомори и Ху [12]) . . . . .	83
2.3.4. Многопродуктовые потоки . . . . .	89
2.4. Потоки с минимальной стоимостью . . . . .	90
2.5. Приложения . . . . .	92
2.5.1. Множества различных представителей . . . . .	93
2.5.2. PERT-метод . . . . .	95
2.5.3. Оптимальное коммуникационное остовное дерево . . . . .	99

Упражнения . . . . .	104
Литература . . . . .	105
Ответы . . . . .	107
<b>Глава 3. Динамическое программирование</b>	<b>109</b>
3.1. Введение . . . . .	109
3.2. Задача о рюкзаке . . . . .	115
3.3. Задача о двумерном рюкзаке . . . . .	123
3.4. Алфавитные деревья минимальной стоимости . . . . .	129
3.5. Резюме . . . . .	133
Упражнения . . . . .	133
Литература . . . . .	134
Ответы . . . . .	135
<b>Глава 4. Поиск с возвратением</b>	<b>137</b>
4.1. Введение . . . . .	137
4.2. Оценивание эффективности . . . . .	143
4.3. Ветви и границы . . . . .	145
4.4. Дерево игры . . . . .	149
Упражнения . . . . .	154
Литература . . . . .	155
<b>Глава 5. Бинарные деревья</b>	<b>156</b>
5.1. Введение . . . . .	156
5.2. Дерево Хаффмена . . . . .	158
5.3. Алфавитные деревья . . . . .	164
5.4. Алгоритм Ху–Таккера . . . . .	166
5.5. Допустимость и оптимальность . . . . .	172
5.6. Алгоритм Гарсия и Уочса . . . . .	179
5.7. Регулярные функции стоимости . . . . .	182
5.8. $t$ -арные деревья и другие результаты . . . . .	184
Упражнения . . . . .	187
Литература . . . . .	187
Ответы . . . . .	189
<b>Глава 6. Эвристические алгоритмы</b>	<b>190</b>
6.1. Жадные алгоритмы . . . . .	190
6.2. Задача об упаковке . . . . .	197
6.3. Задача о составлении расписания . . . . .	209
6.4. Расписание с древесными ограничениями . . . . .	215
Упражнения . . . . .	221
Литература . . . . .	222
<b>Глава 7. Матричное умножение</b>	<b>224</b>
7.1. Алгоритм Штрассена умножения матриц . . . . .	224
7.2. Оптимальный порядок умножения матриц . . . . .	226
7.3. Триангуляция выпуклого многоугольника . . . . .	227
7.4. Эвристический алгоритм . . . . .	238

Упражнения . . . . .	249
Литература . . . . .	250
Ответы . . . . .	251
<b>Глава 8. <math>NP</math>-полнота</b>	<b>252</b>
8.1. Введение . . . . .	252
8.2. Полиномиальные алгоритмы . . . . .	255
8.3. Недетерминированные алгоритмы . . . . .	257
8.4. $NP$ -полные задачи . . . . .	258
8.5. Как решать $NP$ -полную задачу? . . . . .	261
Литература . . . . .	263
<b>Глава 9. Алгоритмы локального индексирования</b>	<b>265</b>
9.1. Объединение алгоритмов . . . . .	265
9.2. Максимальные потоки и минимальные разрезы . . . . .	268
9.3. Смежность и разделение . . . . .	270
<b>Глава 10. Дерево Гомори–Ху</b>	<b>277</b>
10.1. Древесные ребра и древесные звенья . . . . .	277
10.2. Стягивание . . . . .	281
10.3. Доминирование . . . . .	282
10.4. Эквивалентные формулировки . . . . .	284
10.4.1. Оптимальное объединение компаний . . . . .	284
10.4.2. Оптимальное круговое разбиение . . . . .	285
10.5. Крайние звезды и $H$ -допустимые круги . . . . .	290
10.6. Высокоуровневый подход . . . . .	295
10.7. Метод китайских палочек . . . . .	301
10.8. Взаимодействие между фазами . . . . .	304
10.9. Лестничная диаграмма . . . . .	306
10.10. Вопросы сложности . . . . .	311
<b>Приложение А. Замечания к главам 2, 5, 6</b>	<b>314</b>
А.1. Деревья предшественников . . . . .	315
А.2. Минимальная поверхность или задача о плато . . . . .	316
А.3. Дополнения к главе 5 . . . . .	316
А.3.1. Простое обоснование алгоритма Ху–Таккера . . . . .	317
А.3.2. Бинарные деревья поиска . . . . .	318
А.3.3. Бинарный поиск на ленте . . . . .	319
А.4. Комментарии к разделу 6.2 . . . . .	320
<b>Приложение Б. Сетевая алгебра</b>	<b>322</b>
<b>Литература, добавленная при переводе</b>	<b>324</b>
<b>Предметный указатель</b>	<b>326</b>

# Предисловие

## к русскому изданию

Вниманию российского читателя предлагается перевод второго расширенного и дополненного издания распространенного на Западе учебника американских математиков Т. Ч. Ху и М. Т. Шинга — специалистов в области сетевых алгоритмов и целочисленного линейного программирования. Первое издание монографии (1982) на русский язык не переводилось.

Первый автор хорошо известен отечественному читателю по переводу его замечательной книги «Целочисленное программирование и потоки в сетях» [31\*]<sup>1</sup>, сыгравшей большую роль в знакомстве отечественного читателя с новыми разделами дискретной математики.

Книга посвящена алгоритмам дискретной математики и может использоваться как учебник по курсу «Анализ и разработка алгоритмов» и как справочник. В некоторых разделах книги принят «легкий», образный стиль изложения с минимумом формализма (но не в ущерб математической строгости), приводится много примеров и иллюстраций. Это мобилизует интуицию читателя и помогает ему быстро постичь идейную суть излагаемых методов. Несмотря на то, что на русском языке имеются разного уровня и объема учебники, отражающие рассматриваемую тематику, например, [2\*], [3\*], [20\*], [23\*], [26\*], [28\*], данная книга отличается сбалансированным объемом, глубиной проработки математических вопросов, отбором материала, оригинальностью построений, обобщающих существовавшие ранее методы, хорошим математическим языком, а главное — содержит новые математические результаты, полученные авторами книги. Весь материал изложен в хороших традициях учебной литературы. Содержание глав 9, 10 и приложения Б не только никогда ранее не излагалось на русском языке, но и не встречалось ни в статьях, ни в других публикациях по-английски.

Перевод и научное редактирование выполнены на кафедре математиче-

---

<sup>1</sup>Здесь и далее номер в квадратных скобках со знаком \* является ссылкой на список литературы на с. 324, добавленной при переводе. Номер в квадратных скобках без такого знака отсылает к библиографии, размещенной в конце каждой главы. — *Прим. перев.*



ской логики и высшей алгебры Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского.

Коллектив переводчиков благодарит проф. Т. Ч. Ху за сотрудничество. Мы искренне признательны С. А. Белову за ценные советы при переводе книги. Именно он предложил нам перевести «one-sweep algorithm» как «алгоритм “одним махом”». Большую помощь нам оказал М. А. Алексеев, которому мы особенно благодарны.

*Переводчики*

1 июня 2004 г.

*Доктору Р. Е. Гомори,  
который преподавал мне  
целочисленное программирование*

*Моему брату Дейи Ху,  
который давал мне уроки английского*

*Памяти моей тети Ю-Фен Ху,  
которая учила меня алгебре и геометрии*

*Памяти моих родителей,  
Квонг и Мей-Юнг,  
которые дали мне крылья*

*Моей жене Дон и моим детям  
Эндрю и Лесли —  
ветру для моих крыльев*

# Предисловие

## к первому изданию

В этой книге представлены некоторые комбинаторные алгоритмы, встречающиеся в информатике и исследовании операций. Особое внимание уделяется выявлению интуитивных идей, лежащих в основе алгоритмов, и иллюстрации их численными примерами. В отдельном руководстве описаны реализации алгоритмов на языке PASCAL. Знакомство с линейным программированием и сложными структурами данных не предполагается. Большая часть материала может использоваться при обучении студентов, более сложные разделы доступны для аспирантов. Главы можно читать отчасти независимо, поэтому преподаватель может выбрать некоторое подмножество глав для своего курса. Книга может быть полезна и как справочник, поскольку она содержит много информации, отсутствующей в журналах и других книгах.

Первую и вторую главы можно использовать в семестровом курсе по теории сетей или алгоритмам на графах. В первой главе рассматриваются некоторые задачи о кратчайших путях и излагается алгоритм разложения больших разреженных сетей. Вторая глава посвящена потокам в сетях и содержит много нового материала, например, алгоритмы Диница и Карзанова, ранее не встречавшиеся в англоязычной литературе, оптимальное коммуникационное остовное дерево и описание технологии сетевого планирования PERT в терминах длиннейших путей и разрезов наименьшей стоимости. Во второй главе также имеется раздел о многотерминальных потоках.

В третьей и четвертой главах рассматриваются два общих метода оптимизации: динамическое программирование и поиск с возвратом (метод ветвей и границ). Обе эти темы обычно детально не изучаются на программистских факультетах. Понятие динамического программирования вводится в третьей главе при рассмотрении специально подобранных примеров, показывающих разнообразие решаемых этим методом задач. После решения задачи о рюкзаке обсуждается периодическая природа ее решений. Решение двумерной задачи о рюкзаке основано на статьях Гилмора и Гомори. Глава заканчивается кратким обсуждением работы доктора Ф. Ф. Яо. Четвертая глава

включает в себя стандартный материал по бэктрекингу и детальное описание  $\alpha$ - $\beta$ -отсечения в дереве игры. В ней дается также пример применения метода Монте-Карло для оценивания размера дерева решений.

Пятая и шестая главы содержат много нового материала, который будет интересен специалистам в области информатики и исследования операций. В пятой главе описаны алгоритмы Хаффмена и Ху–Таккера, включая новую фазу перестройки, и обобщение обоих алгоритмов на регулярные функции стоимости. Обобщение основано на статье Ху, Клейтмана и Тамаки. Здесь также описывается и иллюстрируется конструкция Гарсиа–Уочса. В шестой главе идет речь об эвристических алгоритмах. В ней приводится одноточечная теорема Мэгэзина, Немгаузера и Троттера и новый алгоритм упаковки, принадлежащий Яо. Изложение задачи теории расписаний с древесным упорядочением работ является пересмотренной версией статьи Ху, опубликованной в 1961 году.

Тема седьмой главы — умножение матриц. Мы излагаем два комбинаторных результата: алгоритм Штрассена умножения двух больших матриц и результаты об оптимальном порядке умножения цепочки матриц различных размеров. С помощью динамического программирования последнюю задачу можно решить за время  $O(n^3)$ , однако комбинаторный подход приводит к алгоритму трудоемкости  $O(n \log n)$ . Задача нахождения оптимального порядка умножения матриц достойна отдельной книги, но мы приводим лишь основные теоремы и эвристический алгоритм трудоемкости  $O(n)$  с ошибкой 15%.

В заключительной восьмой главе вводится понятие  $NP$ -полной задачи. Здесь преследуется цель дать читателю только интуитивное представление, поскольку имеются книги, в которых этот предмет излагается подробно.

Автор выражает благодарность всем, кто помогал в работе над этой книгой: Национальному фонду науки и доктору J. Chandra, доктору P. Boggs из Научно-исследовательского центра армии США за финансовую поддержку, докторам F. Chin, S. Dreyfus, F. Ruskey, W. Savitch, A. Tucker, M. Wachs, F. Yao за прочтение различных частей книги, профессору L. E. Trotter, Jr., и профессору Andrew Yao за прочтение близкого к окончательному варианту всей книги и множество ценных предложений, миссис Mary Deo за участие в редактировании более ранних версий, миссис Annette Whiteman за отличный технический набор большого числа вариантов книги, мисс Sue Sullivan за переработку материалов в книжный формат в системе UNIX, мистеру Y. S. Кuo за подготовку предметного указателя и перечитывание частей руководства и, наконец, в особенности, доктору Man-Tak Shing за перечитывание руководства, а также за техническую и общую помощь в течение всей работы над книгой.

Т. Ч. Ху

Ла Хойа, Калифорния  
19 октября 1981 г.

# Предисловие

## ко второму изданию

Пересмотренное и расширенное издание является в действительности новой книгой, так как в нем добавлены две новые главы (9 и 10), материалы которых никогда не публиковались. Новый материал является результатом исследований авторов в течение последних семи лет. Девятая глава представляет несколько хорошо известных алгоритмов в унифицированной форме, приглашая читателя к комбинированию и изобретению новых алгоритмов. В десятой главе рассматривается задача нахождения минимальных разрезов в сети. В большинстве статей о потоках в сетях вначале находится поток, а затем на основе теоремы Форда и Фалкерсона о максимальном потоке и минимальном разрезе ищется минимальный разрез. В десятой главе целью является нахождение  $n - 1$  фундаментальных минимальных разрезов неориентированной сети, т. е. дерева Гомори–Ху. Сдача рукописи девятой и десятой глав была задержана более чем на год, и все-таки наши исследования минимальных разрезов пока далеки от завершения. Можно надеяться, что наши результаты будут интересны многим читателям.

Это издание имеет два новых приложения. Приложение А дополняет материалы первых восьми глав первого издания. В приложении Б речь идет о предмете, который мы называем сетевой алгеброй. Как в векторных пространствах есть векторы и скаляры, в сетевой алгебре имеются циклы и ребра. В специальном случае трех циклов и одного ребра получается двузначная логика булевой алгебры. Из-за временных и пространственных ограничений мы смогли только описать интуитивные идеи и проиллюстрировать их численными примерами. Много в этом направлении еще предстоит сделать. Авторы надеются, что позднее они смогут написать об этом новую книгу.

Авторы приняли предложение издательства Dover, отдавая должное его традиции издания важных классических трудов по очень низким ценам. Многие читатели указали на ошибки (в этом издании они исправлены) и предложили ценные замечания. Авторы выражают особую благодарность доктору Paul A. Tucker, который проработал с ними в период с 1996 по 1999 год и

подготовил технический отчет CS99–625 в июне 1999 года. Стоит также отметить работу мистера Robert Ellis, который сделал оригинал-макет новых материалов и внес важные технические предложения.

Авторы надеются, что читатели присоединятся к ним в исследованиях в области комбинаторных алгоритмов и, в частности, сетевой алгебры и ее приложений.

*Т. Ч. Ху*  
*М. Т. Шинг*

Ла Хойа и Монтерей, Калифорния  
22 ноября 2001 г.

# Литература

- [1\*] Адельсон-Вельский Г. М., Диниц Е. А., Карзанов А. В. Потокковые алгоритмы. — М. Наука 1975.
- [2\*] Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Структуры данных и алгоритмы. — СПб.: Вильямс, 2000.
- [3\*] Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. — М.: Мир, 1979.
- [4\*] Беллман Р. Динамическое программирование. — М.: Изд-во иностр. лит., 1960.
- [5\*] Беллман Р., Дрейфус С. Прикладные задачи динамического программирования. — М.: Наука, 1965.
- [6\*] Гарднер М. Путешествие во времени. — М.: Мир, 1990.
- [7\*] Гасс С. Линейное программирование. — М.: Физматгиз, 1961.
- [8\*] Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. — М.: Мир, 1982.
- [9\*] Данциг Дж. Линейное программирование, его обобщения и применения. — М.: Прогресс, 1966.
- [10\*] Диниц Е. А. Алгоритм решения задачи о максимальном потоке в сети со степенной оценкой // Докл. АН СССР. — 1970. — Т. 194, № 4. — С. 754–757.
- [11\*] Дрейфус С. Е. Обзор некоторых алгоритмов определения кратчайшего пути // Экспресс-информация, серия «Техническая кибернетика». — 1969. — № 41.
- [12\*] Карзанов А. А. Нахождение максимального потока в сети методом предпотоков // Докл. АН СССР. — 1974. — Т. 215, № 1. — С. 49–53.
- [13\*] Карп Р. М. Сводимость комбинаторных проблем // Кибернетический сборник. Новая серия. Вып. 12. — М.: Мир, 1975. — С. 16–38.

- [14\*] Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ, т. 1. Основные алгоритмы. — СПб.: Вильямс, 2000.
- [15\*] Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ, т. 1. Основные алгоритмы. — М.: Мир, 1976. (Третье издание: [14\*])
- [16\*] Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ, т. 2. Получисленные алгоритмы. — СПб.: Вильямс, 2000.
- [17\*] Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ, т. 2. Получисленные алгоритмы. — М.: Мир, 1977. (Третье издание: [16\*])
- [18\*] Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ, т. 3. Сортировка и поиск. — СПб.: Вильямс, 2000.
- [19\*] Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ, т. 3. Сортировка и поиск. — М.: Мир, 1978. (Второе издание: [18\*])
- [20\*] Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы: построение и анализ. — М.: МЦНМО, 1999.
- [21\*] Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. — М.: Мир, 1978.
- [22\*] Кук С.А. Сложность процедур вывода теорем // Кибернетический сборник. Новая серия. Вып. 12. — М.: Мир, 1975. — С. 5–15.
- [23\*] Липский В. Комбинаторика для программистов. — М.: Мир, 1988.
- [24\*] Литл Дж., Мурти К., Суини Д., Кэрел К. Алгоритм для решения задачи о коммивояжере // Экономика и математические методы. — 1965. — Т. 1, № 1. — С. 94–107.
- [25\*] Мухачева Э. А., Рубинштейн Г. Ш. Математическое программирование. — Новосибирск: Наука, 1977.
- [26\*] Пападимитриу Х., Стайглиц К. Комбинаторная оптимизация. — М.: Мир, 1985.
- [27\*] Прим Р.К. Кратчайшие связывающие сети и некоторые обобщения // Кибернетический сборник. Новая серия. Вып. 2. — М.: Мир, 1961. — С. 95–107.
- [28\*] Рейнгольд Э., Нивергельт Ю., Део Н. Комбинаторные алгоритмы. Теория и практика. — М.: Мир, 1980.
- [29\*] Форд Л., Фалкерсон Д. Потoki в сетях. — М.: Мир, 1966.
- [30\*] Хачиян Л. Я. Полиномиальный алгоритм в линейном программировании // Доклады АН СССР. — 1979. — Т. 244, № 5. — С. 1093–1096.
- [31\*] Ху Т. Целочисленное программирование и потоки в сетях. — М.: Мир, 1974.



- [32\*] Ху Т. Параллельное упорядочивание и проблемы линии сборки // Кибернетический сборник. Новая серия. Вып. 4. — М.: Мир, 1967.
- [33\*] Шевченко В. Н. О свойстве периодичности задачи о рюкзаке // Анализ и моделирование экономических процессов. — Горький: Изд-во Горьк. ун-та, 1981. — С. 36–38.
- [34\*] Шевченко В. Н. Качественные вопросы целочисленного программирования. — М.: Физматлит, 1995.
- [35\*] Шевченко В. Н., Рукавишников В. В. О границе периодичности в задаче о рюкзаке // Труды второй международной конференции «Математические алгоритмы». — Н. Новгород: Изд-во Нижегород. ун-та, 1997. — С. 181–184.
- [36\*] Штрассен В. Алгоритм Гаусса не оптимален // Киб. сб., новая сер. — М.: Мир, 1970. — Вып. 7. — С. 67–70.
- [37\*] Шульц М. М. Оптимальное окаймление для алгоритма Штрассена // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. — 1977. — Т. 17, № 5. — С. 1296–1298.
- [38\*] Agrawal M., Kayal N., Saxena N. PRIMES is in P. — Department of Computer Science & Engineering, Indian Institute of Technology Kanpur, 2002. — 9 p. Рукопись доступна по адресу <http://www.cse.iitk.ac.in/users/manindra/primality.ps>
- [39\*] Coppersmith D., Winograd S. Matrix multiplication via arithmetic progressions // 19th Annual ACM Symposium on Theory of Computing. — 1987. — 1–6.

*Т. Ч. Ху, М. Т. Шинг*

## **Комбинаторные алгоритмы**

Перевод с английского

*Перевод:* В. Е. Алексеев, Н. Ю. Золотых,  
С. В. Сорочан, А. А. Яценко  
*Редакторы перевода:* В. Е. Алексеев, Н. Ю. Золотых,  
В. А. Таланов, В. Н. Шевченко  
*Подготовка иллюстраций:* М. Г. Басова, А. Н. Микишев  
*Редактор издательства:* Е. В. Тамберг

Формат 70 × 108 1/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.  
Уч.-изд. л. 31. Усл. печ. л. 29. Тираж 400 экз. Заказ

---

Издательство Нижегородского гос. университета им. Н. И. Лобачевского,  
603950, Н. Новгород, пр. Гагарина, 23.

---

Типография ННГУ, 603000, Н. Новгород, ул. Б. Покровская, 37.