

Майлсовский механизм генерации волн ветром

Система уравнений для возмущений в воздухе для
функции тока и граничные условия

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) \Delta \Phi - \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{d^2 U}{dz^2} = 0 \quad \left. \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right|_{z=0} + \frac{\partial \zeta}{\partial t} = 0$$

Для гармонического возмущения $\Phi = \Phi_0(z) \cos(\omega t - kx)$

Уравнение Релея

$$\frac{d^2 \Phi_0}{dz^2} - k^2 \Phi_0 - \frac{U_{zz}}{U - \omega/k} \Phi_0 = 0$$

Волновой поток импульса

$$\langle uw \rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(u_{10} w_{10}) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\Phi_{0z} \Phi_0^* i k) = -\frac{k}{2} \operatorname{Im}(\Phi_{0z} \Phi_0^*)$$

Домножим уравнение Релея на Φ_0 и проинтегрируем от z до ∞

$$\Phi_{0z} \Phi_0^* \Big|_z^\infty = \int_z^\infty \left(\left| \frac{d\Phi_0}{dz} \right|^2 + k^2 |\Phi_0|^2 + \frac{U_{zz} |\Phi_0|^2}{U - \omega/k} \right) dz$$

$$\langle uw \rangle = \operatorname{Im} \frac{k}{2} \int_z^\infty \frac{U_{zz} |\Phi_0|^2}{U - \omega/k} dz_1$$

$$\omega/k = c_1 + i c_2; \quad \operatorname{Im} \int_z^\infty \frac{U_{zz} |\Phi_0|^2}{U - \omega/k} dz_1 = \int_z^\infty \frac{U_{zz} |\Phi_0|^2 c_2}{(U - c_1)^2 + c_2^2} dz_1 \approx$$

$$\approx \frac{U_{zz} |\Phi_0|^2}{(U_z)^2} \Big|_{z=z_c} \begin{cases} \int_{-\infty}^\infty \frac{c_2 dz_1}{(z_1 - z_c)^2 + (c_2/U_z)^2} & z < z_c \\ 0 & z > z_c \end{cases} =$$

$$= \frac{U_{zz} |\Phi_0|^2}{(U_z)^2} \Big|_{z=z_c} \begin{cases} |U_z| \pi & z < z_c \\ 0 & z > z_c \end{cases} \quad \boxed{\langle uw \rangle = -\pi \frac{U_{zz} |\Phi_0|^2 k}{2 |U_z|} \Big|_{z=z_c} 1(z - z_c)}$$

Уравнение баланса энергии волн

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\pi \frac{U_{zz} |\Phi_0|^2 k}{2 |U_z|} \bigg|_{z=z_c} - \frac{\rho_a}{\rho} \int_0^\infty U \delta(z - z_c) dz + Vis; \quad E = \frac{a^2 \omega^2}{2k}$$

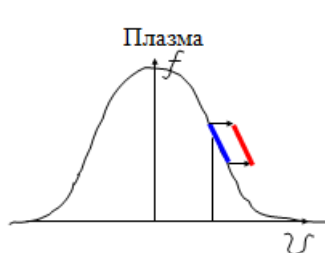
Ветровой инкремент волн на воде

$$\text{Im } \omega = -\frac{\pi}{2} \frac{\rho_a}{\rho} \frac{U_{zz} |\Phi_0|^2}{c |U_z| a^2} \bigg|_{z=z_c} - \gamma_w$$

Волны нарастают при $U_{zz} < 0$

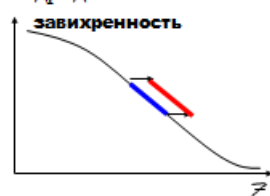
Резонансный механизм энергообмена волн с потоками.

Плазменно-гидродинамическая аналогия



В ускоряющей фазе волны количество частиц возрастает, а в замедляющей — убывает. Это значит, что энергия частиц плазмы в среднем возрастает, а волна затухает

Гидродинамический поток



Смещение частиц вверх приводит к тому, что в этой фазе волны частицы приобретают большую скорость, т.е. К импульсу волны в среднем прибавляется положительная добавка, приводя к усилению