

**Поверхностные волны. Поле давления в волне. Переменное давление, создаваемое на дне стоячими волнами.**

## Поле давления в волне

Из формулы Коши-Лагранжа в линейном приближении

$$p = -\rho g z - \rho \varphi_t$$

$$\varphi = \varphi_0 \cosh k(z+H) \exp(-i(\omega t - kx))$$

Возвышение в волне  $\zeta = a \exp(-i(\omega t - kx))$

$$\varphi = -i \frac{\omega a \cosh k(z+H)}{k \sinh kH} \exp(-i(\omega t - kx))$$

Давление

$$p = -\rho g z - + \frac{\omega^2 a \cosh k(z+H)}{k \sinh kH} \exp(-i(\omega t - kx))$$

С учетом дисперсионного соотношения

$$p = -\rho g z - + a \left( g + k^2 \frac{\sigma}{\rho} \right) \frac{\cosh k(z+H)}{\cosh kH} \exp(-i(\omega t - kx))$$

**Переменное давление, создаваемое на дне  
стоячими волнами**

$$\Delta p = p(-H) - p(\zeta) =$$

$$= -\rho \left( \varphi_t(-H) - \varphi_t(\zeta) + \frac{1}{2} |\nabla \varphi|^2 \Big|_H - \frac{1}{2} |\nabla \varphi|^2 \Big|_{\zeta} - gH - g\zeta \right)$$

При  $kH \gg 1$  с точностью до  $ka^2$

$$\Delta p = \rho \left( \varphi_t(0) + \varphi_{zz}(0) \zeta + \frac{1}{2} (\varphi_x^2 + \varphi_z^2) \Big|_0 + g(H + \zeta) \right)$$

С учетом кинематического ГУ на поверхности

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t \partial z} \Big|_0 \zeta = \zeta \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \zeta \frac{\partial \zeta}{\partial t} - \left( \frac{\partial \zeta}{\partial t} \right)^2$$

С учетом этого имеем

$$\Delta p = \rho \left( \varphi_t(0) + \frac{\partial}{\partial t} \zeta \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{2} (\varphi_x^2 - \varphi_z^2) \Big|_0 + g(H + \zeta) \right)$$

Здесь учтено динамическое ГУ  $\varphi_t(0) + g\zeta = 0$

Суперпозиция падающей и отраженной волн.

$$\zeta = a \operatorname{Re} \left[ \exp(-i(\omega t - kx)) + R \exp(-i(\omega t + kx)) \right]$$

Усреднение  $\Delta p$  по  $x$

$$\langle \varphi_x^2 \rangle = \langle \varphi_z^2 \rangle$$

$$\Delta p = \rho g H + 2 \rho a^2 \omega^2 \operatorname{Re} (R \exp(2i\omega t))$$

Оценка: при  $c=10$  м/с,  $k=0.1$  м<sup>-1</sup>,  $\omega=1$  с<sup>-1</sup>

$$\Delta p = 2000 \text{ кг/м}^3$$

Микросейсмы

