

Поверхностные волны. Поле давления в волне. Переменное давление, создаваемое на дне стоячими волнами.

Поле давления в волне

Из формулы Коши-Лагранжа в линейном приближении

$$p = -\rho g z - \rho \varphi_t$$

$$\varphi = \varphi_0 \cosh k(z+H) \exp(-i(\omega t - kx))$$

Возвышение в волне $\zeta = a \exp(-i(\omega t - kx))$

$$\varphi = -i \frac{\omega a}{k} \frac{\cosh k(z+H)}{\sinh kH} \exp(-i(\omega t - kx))$$

Давление

$$p = -\rho g z - + \frac{\omega^2 a}{k} \frac{\cosh k(z+H)}{\sinh kH} \exp(-i(\omega t - kx))$$

С учетом дисперсионного соотношения

$$p = -\rho g z - + a \left(g + k^2 \frac{\sigma}{\rho} \right) \frac{\cosh k(z+H)}{\cosh kH} \exp(-i(\omega t - kx))$$

Переменное давление, создаваемое на дне стоячими волнами

$$\Delta p = p(-H) - p(\zeta) =$$

$$= -\rho \left(\varphi_t(-H) - \varphi_t(\zeta) + \frac{1}{2} |\nabla \varphi|^2 \Big|_{-H} - \frac{1}{2} |\nabla \varphi|^2 \Big|_{\zeta} - gH - g\zeta \right)$$

При $kH \gg 1$ с точностью до ka^2

$$\Delta p = \rho \left(\varphi_t(0) + \varphi_{tz}(0) \zeta + \frac{1}{2} (\varphi_x^2 + \varphi_z^2) \Big|_0 + g(H + \zeta) \right)$$

С учетом кинематического ГУ на поверхности

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t \partial Z} \Big|_0 \zeta = \zeta \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \zeta \frac{\partial \zeta}{\partial t} - \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t} \right)^2$$

С учетом этого имеем

$$\Delta p = \rho \left(\varphi_t(0) + \frac{\partial}{\partial t} \zeta \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{2} (\varphi_x^2 + \varphi_z^2) \Big|_0 + g(H + \zeta) \right)$$

Здесь учтено динамическое ГУ $\varphi_t(0) + g\zeta = 0$

Суперпозиция падающей и отраженной волн.

$$\zeta = a \operatorname{Re} \left[\exp(-i(\omega t - kx)) + R \exp(-i(\omega t + kx)) \right]$$

Усреднение Δp по x

$$\langle \varphi_x^2 \rangle = \langle \varphi_z^2 \rangle$$

$$\Delta p = \rho g H + 2\rho a^2 \omega^2 \operatorname{Re} (R \exp(2i\omega t))$$

Оценка: при $c=10$ м/с, $k=0.1$ м⁻¹, $\omega=1$ с⁻¹

$$\Delta p = 2000 \text{ кг/м}^3$$

Микросеймы

