

1. Основные уравнения динамики и термодинамики морской воды с граничными условиями

1. Закон сохранения массы $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \rho \vec{v} = q_\rho$
2. Закон сохранения импульса $\rho \left(\frac{\partial v_k}{\partial t} + (\vec{v}, \nabla) v_k \right) = F_k + \frac{\partial \sigma_{ki}}{\partial x_i}$
3. Закон сохранения энергии

Закон сохранения полной энергии

$$\rho \frac{d}{dt} \left(u + \frac{v^2}{2} \right) = \frac{\partial \sigma_{ij} v_i}{\partial x_j} + F_i v_i + \text{div} (\vec{Q}^e + \vec{Q}^{**}) + q^e + q^{**}$$

Закон сохранения внутренней энергии

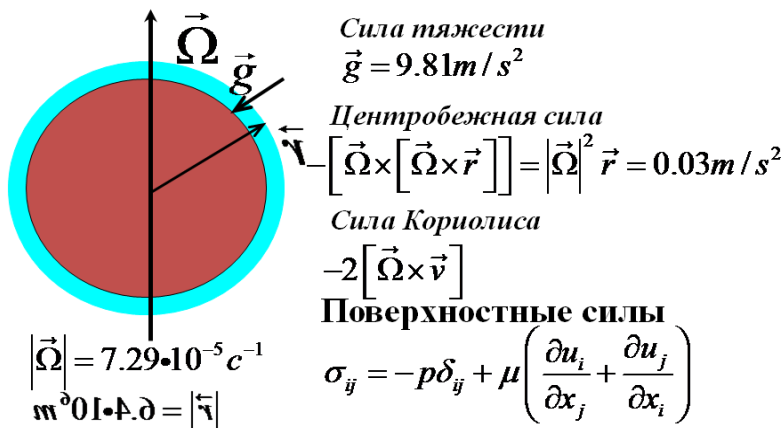
$$\rho \frac{du}{dt} = \sigma_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \text{div} (\vec{Q}^e + \vec{Q}^{**}) + q^e + q^{**}$$

4. Уравнение состояния морской воды

Закон сохранения импульса

Объемные силы

$$\vec{F} = \rho \vec{g} - \rho \left[\vec{\Omega} \times \left[\vec{\Omega} \times \vec{r} \right] \right] - 2\rho \left[\vec{\Omega} \times \vec{v} \right]$$



Закон сохранения энергии

$$\rho \frac{du}{dt} = \sigma_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \text{div} (\vec{Q}^e) + q^e$$

Внутренняя энергия $u = \int C_v(T) dT$

Поток тепла $\vec{Q}^e = -\kappa \nabla T$

$$\rho C_v \frac{dT}{dt} = -p \text{div } \vec{v} + \frac{\mu}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 + \kappa \Delta T + q^e$$

Закон сохранения массы

Баланс соли

$$\frac{dS}{dt} = K \Delta S + q_s$$

Уравнение состояния $\rho = \rho(p, S, T)$

Несжимаемая идеальная жидкость

$$\frac{dT}{dt} = 0; \frac{dS}{dt} = 0; \rho = \rho(S, T) \rightarrow \frac{d\rho}{dt} = 0$$

Из закона сохранения массы

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0$$

Система уравнений гидро- термодинамики

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}, \nabla) \vec{v} + 2[\vec{\Omega} \times \vec{v}] + \frac{1}{\rho} \nabla p = \nu \Delta \vec{v} + \vec{g}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{v}, \nabla) T = 0;$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + (\vec{v}, \nabla) S = 0;$$

$$\rho = \rho(S, T)$$

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0$$

Граничные условия

Условие непротекания на границе вода-воздух $z = \zeta(\vec{r}, t)$

$$\left. \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial \zeta}{\partial \vec{r}} = v_z \right|_{z=\zeta(\vec{r}, t)}$$

Непрерывность нормальных и тангенциальных напряжений

$$\left[p - \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) n_i n_j \right]_{\parallel}^2 = 0$$

$$\left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) n_j \tau_{1,2i} \right]_{\parallel}^2 = 0$$